

Aufgabe 3. Wie lautet die größte zehnstellige Zahl, bei der zwischen je zwei gleichen Ziffern mindestens eine kleinere Ziffer liegt?

Ergebnis. 9 897 989 698

Lösung. Betrachten wir die Ziffer ganz links. Wir wählen dafür 9, den größtmöglichen Wert, und versuchen, die gewünschte Zahl zu bilden, indem wir immer die größtmögliche Ziffer auf der rechten Seite hinzufügen, so dass die gegebene Bedingung erfüllt ist. Als nächstes können wir keine 9 hinzufügen, also verwenden wir stattdessen 8. Dann können wir wieder 9 ergänzen. Nun können wir weder 8 noch 9 nehmen, also ist der höchstmögliche Wert 7. Als nächstes können wir nacheinander wieder 9, 8, 9, aber dann keine der Ziffern aus $\{9, 8, 7\}$ einsetzen. Nach der 6 können wir wieder die 9 und dann als zehnte Ziffer die 8 hinzufügen. Auf diese Weise kommen wir auf die Zahl $n = 9\,897\,989\,698$.

Wir behaupten, dass dies die größte zulässige zehnstellige Zahl ist. Angenommen m wäre eine andere zulässige Zahl. Wir betrachten die Stelle am weitesten links, an der sich m und n unterscheiden. Da obiger Algorithmus die größte verfügbare Ziffer an dieser Stelle gewählt hat, ergibt sich unabhängig von den übrigen Ziffern $m \leq n$.